

- VICTOR ROTGER CERDÀ va llegir la seva tesi, dirigida per Pilar Bayer Isant, titulada *Abelian varieties with quaternionic multiplication and their moduli*, el dia 30 de gener de 2003. La tesi correspon al Departament d'Àlgebra i Geometria de la Universitat de Barcelona.



En aquesta tesi estudiem diferents qüestions sobre la geometria i l'aritmètica de les àlgebres de quaternions, les varietats abelianes i les varietats de Shimura, amb l'objectiu d'investigar les estretes relacions existents entre elles.

Més concretament, l'estudi se centra en varietats abelianes A tals que el seu anell d'endomorfismes $\text{End}(A)$ és un ordre maximal en una àlgebra de quaternions B totalment indefinida sobre un cos de nombres F totalment real i en les varietats de Shimura X_B/\mathbb{Q} que sorgeixen de manera natural com als seus espais de *moduli*. Tal com mostren els resultats d'aquesta tesi, moltes de les propietats aritmètiques i geomètriques d'aquestes varietats abelianes estan codificades o bé en l'àlgebra de quaternions B o bé en les varietats de Shimura X_B . Alhora, no és possible portar a terme un estudi d'aquestes varietats de Shimura sense un bon coneixement dels objectes que parametritzen.

Dels treballs de Shimura i la classificació d'àlgebres de divisió involutives deguda a Albert, se'n segueix que hi ha un ventall limitat d'anells que es realitzen com l'anell d'endomorfismes d'una varietat abeliana. En efecte, si A és una varietat abeliana simple sobre un cos algebraicament tancat, aleshores $\text{End}(A)$ és un ordre en un cos totalment real, una àlgebra de quaternions sobre un cos totalment real o una àlgebra de divisió sobre un cos de multiplicació complexa. Molts dels aspectes de la geometria i l'aritmètica de les varietats abelianes es poden interpretar en els seus anells d'endomorfismes. De fet, és remarcable que, en molts sentits, varietats abelianes amb anells d'endomorfismes diferents tenen comportaments diferents.

Shimura va considerar els espais grollers de *moduli* de varietats abelianes amb multiplicació

quaterniònica i va provar que admeten un model canònic X_B/\mathbb{Q} sobre el cos \mathbb{Q} dels nombres racionals. Com a varietats analítiques, les varietats $X_B(\mathbb{C})$ es poden descriure per mitjà de quocients compactes de certs dominis simètrics i afitats per grups aritmètics que hi actuen. Shimura va explorar les propietats diofàntiques de les varietats X_B i va demostrar que les coordenades dels anomenats *punts de Heegner* sobre X_B generen cossos de classes tals que l'acció galoisiana sobre ells pot ser descrita mitjançant lleis de reciprocitat explícites.

En els darrers anys, hi ha hagut un interès creixent en l'estudi de les varietats de Shimura que ha estat crucial en molts aspectes de la teoria dels nombres.

Els resultats originals principals d'aquesta tesi són els següents. En el capítol 3 estudiem la geometria de les varietats abelianes amb multiplicació quaterniònica i el seu grup de Néron-Severi. Proporcionem condicions necessàries i suficients per a la presència de polaritzacions principals i, en els casos que n'existeixen, donem una fórmula per al nombre de classes d'isomorfisme. En el capítol 4 descrivim els morfismes naturals d'oblit entre les varietats de Shimura que parametritzen varietats abelianes amb multiplicació quaterniònica, varietats modulars de Hilbert que parametritzen varietats abelianes amb multiplicació real i les varietats de *moduli* de varietats abelianes polaritzades. En el capítol 5 establim relacions entre els cossos de *moduli* i de definició de les superfícies abelianes amb multiplicació quaterniònica i els seus endomorfismes. Finalment, al capítol 6 estudiem el grup d'automorfismes de les corbes de Shimura i els punts racionals en aquestes corbes sobre cossos quadràtics imaginaris.

- GIL SOLANES FARRÉS va llegir la seva tesi, dirigida per Eduardo Gallego Gómez, titulada *Integrals de curvatura i geometria integral a l'espai hiperbòlic*, el dia 27 de juny de 2003. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



En aquest treball s'estudien les integrals de curvatura mitjana d'hipersuperfícies a l'espai hiperbòlic. Concretament, es relacionen aquestes amb la mesura del conjunt de plans geodèsics que tallen la hipersuperfície. Es tracta de resultats semblants a la fórmula de Crofton i per tant pertanyents a la geometria integral, desenvolupada per Blaschke i Santaló entre d'altres.

Després d'estudiar els espais de plans de l'espai hiperbòlic i la seva estructura natural de varietat semiriemanniana, el primer resultat és una fórmula de tipus Crofton a l'esfera de de Sitter, que és l'espai d'hiperplans geodèsics de l'hiperbòlic. Aquest resultat serveix d'inspiració per a provar una fórmula de Gauss-Bonnet que dona la curvatura total d'una hipersuperfície a l'hiperbòlic en termes de la mesura de plans de codimensió dues secants. També obtenim una fórmula similar per a la curvatura total absoluta de subvarietats tenses de l'espai hiperbòlic. Com a aplicació, trobem desigualtats per a les integrals de curvatura mitjana de les hipersuperfícies convexes de l'espai hiperbòlic. Finalment també donem fórmules cinemàtiques per a hipersuperfícies totalment umbilicals de l'espai hiperbòlic.

L'organització del treball és com segueix. El capítol 1 conté algunes observacions preliminars sobre l'espai hiperbòlic \mathbb{H}^n i sobre les integrals de curvatura mitjana d'hipersuperfícies. Aquí, i a la resta del text, es treballa de forma abstracta sense fer ús de cap model concret de l'espai hiperbòlic. Això permet veure clarament les raons geomètriques que fan aparèixer les mètriques semiriemannianes.

El capítol 2 descriu els espais formats per plans geodèsics de \mathbb{H}^n . Dedicuem especial atenció a la seva estructura semiriemanniana invariant per l'acció del grup de moviments de \mathbb{H}^n . Com a cas particular, identifiquem l'esfera de de Sitter Λ^n amb l'espai d'hiperplans orientats de \mathbb{H}^n i expliquem la relació de dualitat que manté amb el mateix \mathbb{H}^n . El capítol acaba amb una fórmula de Crofton a Λ^n que serveix de motivació per al capítol següent.

El capítol 3 tracta sobre la curvatura total

d'hipersuperfícies a \mathbb{H}^n . En una primera part s'hi estudia la integral de la curvatura de Gauss d'hipersuperfícies tancades. En fer-ho des del punt de vista de la geometria integral, trobem una versió de la fórmula de Gauss-Bonnet molt més senzilla que la que es deriva del punt de vista intrínsec. La idea de la demostració és estudiar les propietats variacionals de cada terme de la fórmula.

La segona part del capítol s'ocupa de l'estudi de la curvatura total absoluta (en el sentit de Chern i Lashof). Després de recordar breument la teoria clàssica a l'espai euclidià, es comença l'estudi amb les superfícies de \mathbb{H}^3 . En particular es construeixen exemples que mostren que la desigualtat de Chern-Lashof no és certa en geometria hiperbòlica. A continuació, donem una definició de subvarietat tensa a \mathbb{H}^n per analogia amb el cas euclidià. Finalment, obtenim una fórmula cinemàtica que mesura la diferència entre la curvatura total absoluta d'una subvarietat tensa a \mathbb{H}^n i la seva anàloga euclidiana.

Al capítol 4 s'hi obtenen desigualtats relacionant entre elles les integrals de curvatura mitjana de la vora d'un conjunt convex. El primer pas és provar que la mesura del conjunt de plans que tallen el convex és major com més gran és la dimensió d'aquests plans. Això es fa mitjançant un argument geomètric bastant elemental però força original i efectiu. Aquest resultat s'interpreta en termes de l'esperança del volum d'intersecció d'un pla aleatori que talla un domini fixat. Després s'obtenen les desigualtats entre integrals de curvatura mitjana i finalment es donen exemples mostrant que moltes d'aquestes desigualtats són òptimes.

El darrer capítol generalitza les fórmules clàssiques de la geometria integral a horosferes i hipersuperfícies equidistants. A continuació utilitzem els resultats sobre les horoesferes per provar certes desigualtats geomètriques per a dominis h -convexos. Finalment, acotem l'esperança del volum d'intersecció d'un domini fixat amb una hipersuperfície equidistant aleatòria.

- JULIÀ TALAYA I LÓPEZ va llegir la seva tesi, dirigida per Ismael Colomina Folch, titulada *Algorithms and methods for robust geodetic kinematic positioning*, el dia 27 de juny de 2003. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada IV de la Universitat Politècnica de Catalunya.

El sistema NAVSTAR/GPS ha desenvolupat un paper molt important en les tècniques de posicionament cinemàtic geodèsiques, especialment en la determinació de la trajectòria per a l'orientació de sensors aerotransportats d'observació de la terra. Amb l'excepció dels sensors fotogramètrics tradicionals, l'orientació dels sensors moderns aerotransportats depèn completament del posicionament GPS o bé de la integració GPS/INS. Per tant el posicionament GPS ha de ser precís i sobretot fiable.

Aquesta tesi es basa en l'estudi de nous algorismes i configuracions de missions que permetin augmentar el nivells de robustesa i fiabilitat en la determinació de trajectòries cinemàtiques aèries. Des d'un punt de vista productiu la robustesa és molt important ja que és la clau per a l'automatització dels sistemes de processament de dades.

En concret es proposa el modelatge mitjançant paràmetres estocàstics dels retards ionosfèrics i troposfèrics que afecten els observables GPS, es proposen mètodes per combinar les dades de diverses estacions de referència GPS tot introduint restriccions entre els diferents paràmetres a determinar i considerant les correlacions existents entre les observacions, així com la utilització d'estratègies de selecció de les situacions més favorables per a la determinació de les ambigüitats de cicle que afecten els observables GPS de precisió, addi-

cionalment s'estudien els seus efectes en la robustesa i fiabilitat del posicionament cinemàtic GPS.

Cal destacar la proposta d'integració dels observables de diversos receptors GPS cinemàtics en una configuració multiantena, mitjançant l'ús de les observacions angulars d'un sistema IMU (Inertial Measurement Unit), per aconseguir un posicionament cinemàtic més robust i fiable. Aquesta tècnica obre la possibilitat de superar les oclusions dels satèl·lits GPS durant les maniobres de gir de l'avió, molt freqüents en els vols de recobriment territorial per a missions d'observació de la Terra.

Es presenten i s'analitzen algunes idees per a la integració del posicionament cinemàtic GPS i l'orientació de sensors aerotransportats. S'estudia la utilització de la informació obtinguda mitjançant l'orientació indirecta (total o parcial) de certs sensors per ajudar en la resolució de la ambigüitat que afecta l'observable fase del sistema GPS. En concret es presenten els casos d'integració de les dades d'orientació d'una càmera fotogramètrica aèria i d'un sensor altímetre làser amb observacions de la constel·lació de satèl·lits GPS.

El treball es completa amb un estudi de la determinació de trajectòries utilitzant dades simulades de les noves constel·lacions de satèl·lits (GPS III i Galileu) que actualment es troben en fase de construcció i desplegament.

- SÍLVIA CUADRADO GAVILÁN va llegir la seva tesi, dirigida per Àngel Calsina Ballesta, titulada *Adaptive dynamics in an infinite dimensional setting*, el dia 16 de juliol del 2003. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

En aquesta tesi estudiem models de selecció i mutació per a la densitat d'individus respecte a una variable evolutiva fenotípica. Aquest tipus de models defineixen sistemes dinàmics que donen una descripció completa en llenguatge matemàtic dels mecanismes de l'evolució biològica (mutació i selecció natural). En el treball s'estableix i s'estudia la relació entre les densitats d'equilibri i les estratègies evolutivament estables (valors estacionaris de la dinàmica evolutiva en el sentit que una població amb aquest

valor de la variable evolutiva no pot ser envaïda per una població mutant amb un valor diferent). Més concretament, aquestes densitats d'equilibri són funcions de la variable evolutiva que tendeixen a concentrar-se en el valor evolutivament estable de variable quan la taxa de mutació tendeix a zero. Les tècniques que hem fet servir són principalment la teoria de semigrups positius i versions infinit dimensionals del teorema de Perron-Frobenius, i es beneficien de la forma especial de l'equació d'evolució,

$u_t = A(E(u))u$, on la no-linealitat vé donada per un ambient de dimensió finita E . Estudiant l'espectre de l'operador linealitzat a la densitat d'equilibri de l'equació d'evolució obtenim resultats sobre estabilitat. Els resultats de convergència per a l'equació d'evolució són aplicats a tres exemples: dos versions d'un model d'e-

quacions integrodiferencials per a la distribució d'individus respecte a l'edat de maduració, essent aquesta edat de maduració la variable evolutiva, i un model presa-predador per a la densitat dels predadors respecte al seu índex d'activitat durant el dia.

- EVA MIRANDA GALCERAN va llegir la seva tesi, dirigida per Carlos Curras Bosch, titulada *On symplectic linearization of singular Lagrangian foliations*, el dia 22 de setembre de 2003. La tesi correspon al Departament d'Àlgebra i Geometria de la Universitat de Barcelona.



En aquesta tesi s'estudien dos problemes de classificació semilocal d'estructures geomètriques associades a una foliació amb singularitats.

El primer problema de classificació estudiat és el d'estructures simplèctiques en un entorn d'una òrbita singular compacta d'un sistema completament integrable definit a una varietat simplèctica (M^{2n}, Ω) . Suposem que la foliació determinada per l'aplicació moment és genèricament lagrangiana per aquesta estructura simplèctica Ω . La foliació està determinada per les òrbites de la distribució generada pels gradients simplèctics de les components de l'aplicació moment que suposem pròpia. També suposem que la singularitat és no degenerada en el sentit de Morse-Bott. Sota aquestes hipòtesis provem que dues estructures simplèctiques per les quals la foliació es genèricament lagrangiana són equivalents en el sentit següent: existeix un difeomorfisme definit en un entorn d'una òrbita compacta preservant la foliació, fixant l'òrbita singular i enviant una forma simplèctica a l'altra. En el cas que existeixi una acció simplèctica d'un grup de Lie compacte G preservant l'aplicació moment provem que aquest difeomorfisme es pot construir de forma G -equivariant. Aquest resultat generalitza el teorema de Liouville-Mineur per a sistemes integrables regulars amb òrbites compactes al cas en què les òrbites siguin singulars no degenerades. També generalitza resultats parcials en el cas d'òrbites singulars no degenerades obtinguts per Eliasson (en el cas en què l'òrbita sigui reduïda a un

punt o en què el sistema sigui completament elíptic) i per Colin de Verdière i Vu Ngoc San (en dimensió 4 i rang 1).

El segon problema de classificació estudiat està associat a un problema de classificació d'estructures de contacte. Considerem una varietat de contacte (M^{2n+1}, α_0) per la qual el camp de Reeb admet n integrals primeres genèricament independents i que commuten respecte al parèntesi de Jacobi. Les parts horitzontals dels camps de contacte associats a aquestes n funcions determinen una foliació \mathcal{F} . Considerem la foliació ampliada \mathcal{F}' generada per aquesta foliació i el camp de Reeb. Suposem que el camp de Reeb és el generador infinitesimal d'una acció de \mathbb{S}^1 . Estudiem el problema de classificació de formes de contacte α en un entorn d'una òrbita singular amb el mateix camp de Reeb i per la qual la foliació \mathcal{F} és legendriana. Llavors en el cas en què l'òrbita singular sigui compacta i no degenerada, provem que dues formes de contacte són equivalents. És a dir, provem que existeix un difeomorfisme preservant la foliació \mathcal{F} , fixant l'òrbita singular i enviant una forma de contacte a l'altra. En el cas en què existeixi una acció de contacte d'un grup de Lie compacte G preservant les funcions i preservant el camp de Reeb aquest difeomorfisme es pot construir de manera G -equivariant. La motivació per estudiar aquest problema de classificació prové dels resultats de Lutz, Lerman, Molino i Banyaga en el cas en què la foliació \mathcal{F}' vingui donada per l'acció d'un torus.

- RAMÓN JESÚS FLORES DÍAZ va llegir la seva tesi, dirigida per Carles Broto Blanco, titulada *Localización, acciones propias y espacios clasificadores de grupos discretos*, el dia 19 de març de 2004. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat de Autònoma de Barcelona.



La principal aportació d'aquest treball ha estat trobar un functor de localització que passa, de manera natural, de models de l'espai classificador clàssic d'un grup discret G a models de l'espai classificador per a G -fibrats propis. Més en concret, hem obtingut el següent:

TEOREMA. Si G és un grup discret, la dimensió geomètrica pròpia del qual és finita, i \mathbf{P} és el functor d'anul·lació respecte al *wedge* de tots els espais classificadors de grups cíclics d'ordre primer, tenim $\mathbf{P}BG$ és del tipus d'homotopia de l'espai classificador per a G -fibrats propis $\underline{B}G$.

La demostració consta, essencialment, de dos ingredients: un model particular per a $\underline{E}G$ com a construcció de Grothendieck d'un functor sobre una categoria, el nervi de la qual és un model de l'espai d'òrbites $\underline{B}G$, i la solució de Miller de la conjectura de Sullivan.

El teorema que acabem de citar ha estat usat de tres maneres diferents en la tesi: en primer lloc, l'hem usat directament per a obtenir informació sobre l'estructura homotòpica de $\underline{B}G$; en segon lloc, l'hem aplicat per a traduir propietats homotòpiques de $\underline{B}G$ i obtenir models concrets de $\underline{B}G$ via functors de localització, i en tercer lloc, models geomètrics ben coneguts de $\underline{B}G$ ens han permès calcular la $B\mathbb{Z}/p$ -anul·lació dels espais classificadors d'algunes famílies de grups discrets.

El nostre interès en les localitzacions de $\underline{B}G$ per a G finit fou originalment com a pas intermediari en la demostració del teorema abans

citat. No obstant això, aquestes qüestions aviat van adquirir interès independent, de manera que vam procedir a un estudi més detallat que, en particular, va incloure la cel·lularització (que, en certa manera és dual de l'anul·lació). El principal resultat obtingut en aquest context fou el següent:

PROPOSICIÓ. Si p és un nombre primer, G un grup finit i T el subgrup normal minimal de G que conté tota la p -torsió, la $B\mathbb{Z}/p$ -anul·lació $\mathbf{P}BG$ està caracteritzada per una fibració $Y \rightarrow \mathbf{P}BG \rightarrow B(G/T)$, on Y denota el producte de les q -complecions de BT per a tot nombre primer diferent de p .

La demostració usa tècniques de teoria d'homotopia, com els quadrats aritmètics, les descomposicions homològiques o la preservació de fibracions per functors de localització.

El principal resultat sobre $B\mathbb{Z}/p$ -cel·lularització és la classificació dels grups finits tals que el seu espai classificador és $B\mathbb{Z}/p$ -cel·lular:

PROPOSICIÓ. Si p és un nombre primer i G és un grup finit, l'espai classificador de G és $B\mathbb{Z}/p$ -cel·lular si i només si G és un p -grup generat pels elements d'ordre p .

El nostre estudi de la $B\mathbb{Z}/p$ -cel·lularització de $\underline{B}G$ es realitza comparant aquesta construcció amb la \mathbb{Z}/p -cel·lularització de grups estudiada a finals dels anys noranta per diversos autors, i els resultats obtinguts poden considerar-se l'extensió de resultats ja coneguts sobre espais de Moore $M(\mathbb{Z}/p, 1)$ al cas de dimensió infinita.

- VANESA DAZA FERNÁNDEZ va llegir la seva tesi, dirigida per Carles Padró Laimon, titulada *On Linear Secret Sharing Schemes and Distributed Cryptographic Protocols*, el dia 7 de juny de 2004. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada IV de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Suposem que un conjunt de n participants vol calcular una determinada funció (pública) de les seves entrades (secretas). De manera genèrica els protocols de computació multipart s'encarreguen de garantir una solució per a aquest tipus de situacions. Proposen protocols segurs on els participants executen conjuntament un protocol de manera distribuïda que els permet obtenir, al final, el resultat de l'avaluació de la funció amb les seves entrades. A més a més es garanteixen alguns aspectes de seguretat, com la privadesa de les entrades dels participants així com l'exactitud del resultat, fins i tot si alguns participants del protocol es comporten de manera deshonest.

A finals dels anys vuitanta es van presentar les primeres solucions generals a aquest problema que garantien seguretat tot i que certes famílies de participants es comportessin de manera corrupta. Aquestes famílies estaven caracteritzades per un cert llindar t , de manera que la seguretat del protocol estava garantida només si menys de t participants eren corromputs. No va ser fins a l'any 2000 que no es va presentar una solució eficient per a resoldre aquest problema, permetent l'estructura més general possible de participants per corrompre. La proposta relacionava la computació multipart amb els esquemes lineals per a compartir secrets. En certa manera utilitzen la linealitat dels esquemes lineals per a compartir secrets per a calcular la part lineal de la funció. Però per poder calcular qualsevol funció és necessari poder avaluar la multiplicació de manera distribuïda entre el conjunt de participants. Així és com sorgeix *el problema matemàtic de la multiplicació dels es-*

quemes lineals per a compartir secrets. En poques paraules, el problema consisteix a trobar protocols eficients que calculin el producte de dos secrets a partir dels fragments que cada participant té de cadascun dels secrets. Un dels punts clau de la seva proposta és la reducció de la complexitat dels protocols de computació multipart a la dels esquemes per a compartir secrets. Una part d'aquesta tesi està dedicada a aquest problema, més concretament a l'estudi de la transformació dels esquemes lineals per a compartir secrets en esquemes multiplicatius minimitzant la complexitat dels esquemes resultants.

Mentre que la recerca dels anys vuitanta en el camp de la computació multipart estava principalment marcada pels resultats existencials, en els últims anys, la recerca en aquest camp de la computació multipart ha experimentat un creixement en una direcció completament diferent. Aquesta nova tendència busca protocols *ad hoc*, dissenyats per a resoldre diferents situacions i problemes a partir de suposicions concretes i mecanismes específics. Es perd així generalitat a canvi de guanyar eficiència en les propostes. A aquesta tesi també hem abordat aquesta altra tendència. En particular ens hem centrat en *el problema criptogràfic de la distribució de claus*, construint protocols de distribució de claus distribuïts en diferents models. Destaquem el fet que totes les nostres propostes presenten un mateix element comú: l'ús dels esquemes lineals per a compartir secrets com a eina bàsica a l'aproximació distribuïda del problema de la distribució de claus.

- JOAQUIM PUIG I SADURNI va llegir la seva tesi, dirigida per Carles Simó i Torres, titulada *Reducibility of Quasi-Periodic Skew-Products and the Spectrum of Schrödinger Operators*, el dia 22 de juny de 2004. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la Universitat de Barcelona.



En aquesta tesi estudiem la reductibilitat i altres propietats dinàmiques de *skew-products* lineals quasiperiòdics, especialment aquells que provenen d'equacions de valors propis d'operadors unidimensionals i quasiperiòdics de Schrödinger. Per fer-ho, combinem mètodes dinàmics i espectrals i així obtenim un enfocament unificat i nous resultats, tant des del punt

de vista dinàmic com des del punt de vista espectral. Com a exemple d'aquesta combinació, en aquesta tesi demostrem el «Problema dels Deu Martinis» proposat el 1981 per Kac i Simon.

Els dos primers capítols contenen preliminaris, mentre que els altres quatre contenen resultats originals. En el primer introduïm

conceptes bàsics com els *skew-products* i els cocicles quasiperiòdics, la reductibilitat a coeficients constants i la teoria espectral de Sacker-Sell. El segon capítol es centra en els operadors de Schrödinger, bé siguin continus o discrets, i de les seves equacions de valors propis, que anomenem de Hill quasiperiòdica (en el cas continu) o de tipus Harper (en el cas discret).

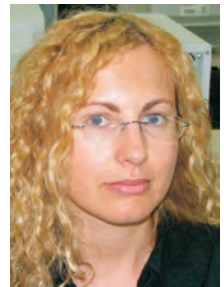
El tercer i quart capítols tracten de l'estructura de les anomenades «llengües de resonància» en equacions de Hill quasiperiòdiques amb potencials analítics reals, petits i amb freqüències diofàntiques. Des del punt de vista d'operadors de Schrödinger, aquest estudi és equivalent al de l'estructura dels forats espectrals dels operadors quasiperiòdics. En el tercer capítol usem la teoria de formes normals per demostrar la diferenciabilitat infinita de les fronteres de les llengües de ressonància d'una forma constructiva. En el quart demostrarem el caràcter analític d'aquestes, usant un mètode

KAM que pot adaptar-se a altres models. Com a aplicació demostrarem que «tenir tots els forats espectrals oberts» és genèric per a operadors quasiperiòdics de Schrödinger.

En el cinquè i sisè capítols estudiem operadors quasiperiòdics de Schrödinger discrets. Al capítol v demostrarem una vella conjectura: el «Problema dels Deu Martinis». Usant una combinació de mètodes dinàmics i espectrals demostrarem que l'espectre de l'operador «Almost Mathieu» és un conjunt de Cantor per a gairebé tots els valors de la freqüència i constant no crítica. També donem una resposta parcial al «Problema Fort dels Deu Martinis». Al capítol vi demostrarem una versió no pertorbativa del teorema d'Eliasson sobre la reductibilitat dels cocicles de Schrödinger amb potencials analítics reals.

Finalment, incloem un apèndix on es demostra la divergència genèrica de les formes normals quasiperiòdiques de Birkhoff.

- CHARA PANTAZI va llegir la seva tesi, dirigida per Jaume Llibre Saló, titulada *Problemes inversos de la integrabilitat de Darboux pels sistemes polinomials diferencials al pla*, el dia 16 de juliol de 2004. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



Les equacions diferencials apareixen a diverses àrees de matemàtica aplicada i física. La existència d'una integral primera, per un sistema 2-dimensional determina completament el seu retrat de fase. La tesi està dedicada a la integrabilitat dels sistemes polinomials al pla. La teoria algebraica de la integrabilitat és una teoria clàssica que està relacionada amb el 16è problema de Hilbert i acostuma a anomenar-se com a teoria d'integrabilitat de Darboux. El 1878 Darboux va demostrar que quan un sistema al pla té un número suficient de corbes algebraiques té una integral primera i es pot construir a partir d'aquestes corbes. Aquesta teoria s'ha millorat des del seu inici incorporant els conceptes de punts singulars independents, la multiplicitat de les corbes a través dels factors exponencials, i els invariants. A la tesi presentem una versió més actual de la teoria de la integrabilitat de Darboux, i vam introduir el concepte d'invariant generalitzat.

Com que el concepte de les corbes algebrai-

ques invariants és la base de la teoria, vam resoldre amb hipòtesis genèriques els següents tres problemes inversos:

- (1) Quins són els camps polinomials que tenen un conjunt fixat de corbes algebraiques invariants?
- (2) Quins són els sistemes polinomials que tenen una integral primera de tipus Darboux fixada?
- (3) Quins són els camps polinomials que tenen un factor integrant de tipus Darboux fixat?

Rudolf Winkel va presentar la conjectura següent: *Donada una corba algebraica $f = 0$ de grau $m \geq 4$ en general no hi ha camps polinomials de grau menys que $2m - 1$ que tenen la corba $f = 0$ invariant i que tenen exactament els ovals de la corba $f = 0$ com a cicles límits.* Aplicant els tres problemes inversos vam demostrar que aquesta conjectura no es correcta.

- ANNA SAMÀ CAMÍ va llegir la seva tesi, dirigida per Regina Martínez Barchino, titulada *Equilibria in Three Body Problems: stability, invariant tori and connections*, el dia 23 de juliol de 2004. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

En la memòria hi distingim tres parts principals. En la primera estudiem algunes qüestions relacionades amb l'estabilitat de les solucions homogràfiques del Problema Pla de Tres Cossos amb cert potencial homogeni. Com estem interessats en l'estabilitat d'aquestes solucions, és necessari calcular els valors propis de la matriu de monodromia. Demostrem que per a obtenir els multiplicadors característics no trivials és necessari estudiar un sistema lineal periòdic de dimensió quatre. Aquest sistema depèn de dos paràmetres, una excentricitat generalitzada $e \in 2[0, 1)$ i un paràmetre de masses. Per a $e = 0$ el sistema és lineal a coeficients constants, mentre que per a e tendint a 1, el sistema límit és singular. En la memòria es consideren sistemes una mica més generals i s'estudien analíticament els paràmetres d'estabilitat per a excentricitats petites i per a excentricitats properes a 1. En el primer cas usem una tècnica de forma normal per a estudiar les regions d'estabilitat en funció dels paràmetres del sistema. Per a $e \lesssim 1$ s'obtenen fórmules asimptòtiques per als paràmetres d'estabilitat. Un cop desenvolupada la teoria en aquests dos casos, s'aplica

al cas particular de les solucions homogràfiques.

La segona part està dedicada al Problema Restringit de Tres Cossos Espacial (PRTCE). Per a aquest problema estudiem l'existència de connexions homoclíniques i heteroclíniques als tors invariants continguts en la varietat central del punt L_2 del PRTCE. Amb aquest objectiu considerem el PRTCE com una pertorbació del Problema de Hill tridimensional en un entorn del punt d'equilibri i, fora d'aquest entorn, com una pertorbació del Problema Sinòdic de Dos Cossos Espacial.

Finalment, estudiem l'existència de tors invariants en un entorn dels punts d'equilibri col·lineals del Problema Pla de Tres Cossos amb potencial newtonià. Amb aquesta finalitat demostrem algunes propietats de la forma normal del hamiltonià reduït a la varietat central 4dimensional. Usant aquesta forma normal, comprovem que es satisfan les condicions de no-degeneració del teorema KAM per a totes les masses positives, inclòs el cas de ressonància 2:1. L'avaluació de les condicions s'efectua numèricament.